

## 关于反馈的作用及能力的认识

郭 雷

(中国科学院数学与系统科学研究院 100080)

### 摘要

反馈现象无处不在,它在人类进步、社会发展和技术创新中起着不可或缺的重要作用。反馈是控制论中最基本的概念,也是对付复杂系统的一条基本的系统学原理。在控制系统中,反馈的主要作用是对付系统中存在的内部和外部不确定性。反馈的有效利用常常对工程技术领域的发展产生重大影响。在控制论中,两个基本的问题是:如何有效利用反馈?反馈的能力究竟有多大?本文将首先简述对反馈作用的定性认识,接着介绍几种典型的反馈设计方法,最后介绍近几年在探索反馈机制的能力与局限方面所得到的某些定量认识。

关键词:系统、控制、反馈、信息、动态性、不确定性、非线性、复杂性、鲁棒性、适应性、稳定性。

—

对世界上事物的发展变化,从量子系统,到工程系统,再到社会经济系统,如果人类都可以做出准确无误的预测,那么世界肯定是另外一番景象。现实世界中充满了各种未知因素、不确定因素和不可预测因素,而人们常常又不得不面对这些复杂因素,适时地作出各种决策,然后针对系统的实际运行情况来进一步不断调整和修正这些策略,这就是一个反馈和适应过程。从我国改革开放初期的“摸着石头过河”到近来常说的“与时俱进”,本质上都是适应反馈过程。事实上,反馈无处不在。物种的进化、人类文明的进步、社会的发展、科学与技术的创新无不与自适应反馈有密切的关系。正如控制论创始人维纳在其著作[1]中说明的,反馈普遍存在于动物和机器中,它实际上存在于一切有目的的行为中。

为什么需要反馈呢?这主要是客观实际系统的复杂性所致,也是人类能力的局限性与智能性的体现。我们知道,客观世界具有多层次结构,并且它是各种事物相互联系、相互作用和相互影响的一个统一整体。为了使对某一具体问题的研究能够深入下去,且能给出可行的解决方案,我们不得不将研究精力集中于一个适度大小的范围内,这就形成了针对这一具体问题的具体系统(严格来讲,通常是开放系统)。系统外部通常就称为环境,环境的变化通常当作扰动来处理。即使集中到这样一个系统内部,由于其多层次性、环境影响以及微观层次上各不同部分之间相互作用的复杂性,通常也无法根据第一原理(或在理想实验条件下证实的基本科学定律)来写出描述动态系统实际发展变化的合适数学模型,故而必须再作进一步简化和抽象;在很多情况下由于系统机理很难弄清楚(或不可能弄清),作这种简化和抽象也困难,还必须依靠系统辨识或统计方法来处理(这样做的建模精度也有限)。因此,在对复杂系统内部结构描述的模型中存在不确定性是必然的。不仅如此,这些不确定性还可能

随着系统动态的演化和环境的影响而也在不断变化。

由于我们的控制或决策方案无法全部或精确考虑与预测这些系统内部和外部实际存在的不确定性及其变化，因此实际系统运行的行为和我们所期望的行为之间一定存在偏差，而反馈可以根据这个偏差的大小（而不必管偏差的起因），来进一步实时地修正先前的控制和决策方案，使系统动态行为的偏差逐渐减少（甚至消失）。在这里，反馈的作用很明显是不可替代的，关键的问题是如何设计行之有效的反馈规律。大量事实证明，为了控制一个复杂动态系统达到某个给定目标，并不需要系统结构的全部知识。常常可以基于相当简单的模型，通过有效的反馈就可实现对复杂系统的控制。这是一条十分宝贵的经验。

反馈通常分为负反馈和正反馈。负反馈能保持系统稳定并可减少（或消除）系统动态性能的偏差，在工程控制系统中多数采用负反馈；正反馈在系统中有“激励”或“放大”作用，因而在社会经济系统和生物系统中往往正、负反馈作用都同时存在。与反馈相应的还有前馈概念，但前馈的应用需要知道所需的先验信息，它无法减少系统中不确定性的影响。

总之，认识实际系统的复杂性和反馈过程的必要性，对理解或改进人类社会中无处不在的“有目的的行为”具有重要意义。

## 二

控制论或控制理论主要是以定量的方式研究如何设计有效的反馈规律，从而使受控的动态系统达到所期望的目标的一门科学。控制理论是自动化技术的重要基础，而它表达问题所用语言是数学。虽然人类利用反馈思想来认识和改造世界的历史可以追溯到公元以前，早在 1868 年麦克斯韦(J. C. Maxwell) 就发表了关于反馈控制系统稳定性严格数学分析的文章[2]，但控制论作为一门独立学科的诞生只是 20 世纪中叶的事情[1]。这是一门基于系统思想的新学科[3]。反馈控制对社会发展和科技进步的贡献无处不在、不胜枚举：从英国工业革命时期瓦特(J. Watt)发明用离心调速器控制蒸汽机速度，20 世纪 30 年代布莱克(H. S. Black)发明的反馈放大器[4]对远距离通讯的贡献；到 60 年代以来航空航天技术的突破性发展，特别是著名的阿波罗登月计划的成功；直到当今大型电力系统，高度自动化的生产和制造系统，高性能飞行器，国防技术、汽车工业，迅速发展的通讯网络，乃至不断更新的家用电器。

自动控制之所以在如此广泛的领域内都取得成功的应用，其中重要的原因之一，如前所述，是反馈控制常常可以基于对实际系统的简化模型来设计[5]，这也是为什么当今多数工业过程的控制回路仍采用传统上简单的比例 - 积分 - 微分 (PID) 反馈控制规律的重要原因。然而 PID 反馈也有其明显局限，它对具有多变量强耦合、大时迟、非线性、时变性，以及大干扰与不确定性等复杂性特征的系统（例如石化工业中常见的加热炉等）的控制效果往往就不够理想，有时甚至无法保证系统自动运行的稳定性。自 60 年代初以来[6, 7, 8]，现代控制论得到蓬勃发展，一些分支领域的诞生和发展就是为了解决具有上述复杂性的系统控制问题。

根据在反馈规律设计时对不确定性因素的处理方法,可以将现今的主要反馈方法分为如下几类:传统反馈、鲁棒(robust)反馈和自适应(adaptive)反馈。传统反馈法在设计反馈规律时不考虑系统中存在的结构或参数不确定性因素,而只是依赖于简化抽象出来的动态数学方程(不论这一方程是非线性的、无穷维的还是随机的);鲁棒反馈通常将系统的结构不确定性描述为某一函数(或参数)空间中以已知的标称模型(nominal model)为圆心的一个小“球”,球的半径大小可以度量所容许的不确定性大小。自80年代初[9]以来鲁棒反馈的所谓 $H^\infty$ 优化方法取得重要进展,特别是线性不确定系统的鲁棒控制与鲁棒性分析。自适应反馈是在同一个反馈回路中同时进行系统辨识和控制的反馈设计方法。由于在反馈回路中嵌入了在线学习机制,因而无需标称模型的不确定性小“球”的假设,因此能够对付较大的不确定性。这是一种强有力的非线性反馈方法。特别地,自适应反馈方法在对付系统参数随时间变化而又无法事先预测时,具有明显优势[5]。值得提及的是,即使被控系统本身是线性的,在自适应反馈作用下,闭环控制系统也会变成高度非线性与非平稳的时变随机动力系统(例如,最基本的最小二乘自校正调节系统),因而对自适应控制的理论研究往往会遇到较大困难。

随着计算机技术的发展,上述三种基本反馈方法在工业和国防等领域都取得了不同程度的成功应用。当然对具有更大不确定性或复杂性的系统,还应发展所谓的“智能反馈”,但这一方向的真正发展还在初级阶段。此外,在经济性、环保要求和方便性等许多因素的驱动下,当今许多人造系统(例如,电力系统、交通与通讯系统、大型工业过程等)的复杂性在不断增加,许多出现的问题已超出了现有知识可以理解的范围,这样继续下去,我们将对其失去控制能力[10]。对这类人造系统的复杂性和反馈作用的深入研究是很重要的问题。

### 三

无论采用何种方式反馈,都需要系统的信息。系统的信息可分为先验信息和后验信息。先验信息是系统运行前我们对系统的了解(包括结构、环境、经验等),而后验信息是系统运行过程中系统的状态所显示出的信息。正是后验信息直接或间接地增进了我们对系统不确定性的进一步了解,从而使得我们能够利用反馈手段来进一步减少不确定性因素对系统性能的影响。当然,获得后验信息往往需要传感技术,通讯技术和信息处理技术。在随机和不确定性环境下,信号滤波同系统建模问题一样,也包括在控制论的主要研究内容之中。

下面为叙述方便与简单起见,设 $\{u_t, t \geq 0\}$ 是动态控制系统的离散(或采样)的 $l$ -维输入序列,相应的 $m$ -维输出序列记为 $\{y_t, t \geq 0\}$ 。在任一时刻 $t \geq 0$ ,我们说系统的

输入  $u_t$  是一反馈信号，在数学上是指存在某一个从  $(t+1) \times m$  维欧氏空间  $R^{(t+1)m}$  到  $l$  维空间  $R^l$  的可测映射： $h_t(\cdot): R^{(t+1)m} \rightarrow R^l$  使得

$$u_t = h_t(y_0, y_1, \dots, y_t),$$

亦即  $u_t$  是到  $t$  时刻为止，已观测到的信息  $\{y_0, y_1, \dots, y_t\}$  的某一个“变换”（定常或时变，线性或非线性）。所有时刻的反馈信号构成一个反馈规律  $u = \{u_t, t = 0, 1, \dots\}$ 。进一步，反馈机制可定义为所有可能反馈规律所构成的集合：

$$U = \{u \mid u \text{ 是任意反馈规律}\}。$$

显然，反馈机制  $U$  的这一定义相当广泛。对一个实际的不确定性动态系统，如何选取合适的“信息变换”（或映射）序列  $h_t(\cdot), t = 0, 1, \dots$ ，而构成一个有效的反馈规律  $u = \{u_t, t \geq 0\}$ ，是一个并不简单（甚至相当困难）的基本理论和实际问题。这涉及到对具有不确定性的被控对象，可以通过反馈来改变什么，以及如何去改变的基本问题。几十年来控制科学的发展，对这一问题提供了一系列相当深刻和丰富的理论成果。进一步的基本问题是，如何定量理解整个反馈机制  $U$  的最大能力（而不仅仅局限于某一特定反馈规律）。换言之，不仅要从理论上说明  $U$  能够做什么，而且还要说明  $U$  不可能做什么（“不可能性定理”）。显然，这一理解对认识和处理广泛存在的复杂系统控制问题，对设计新型的高效反馈规律都有重要意义。但对这一问题的认识，目前成果很少，故下文将重点提及。

最近几年在定量探索反馈机制的最大能力和局限的过程中，对一些最基本的不确定性控制系统，发现并证明了反馈机制最大能力的临界值[11][12]，并建立了几个关于反馈能力的“不可能性定理”。特别地：1) 对一类基本的参数化不确定非线性随机系统，发现反馈机制的能力依赖于系统本身非线性动态的非线性增长的程度（记为  $b$ ）和未知参数的个数。特别地，在单参数不确定性控制系统中，反馈机制可以对付的非线性增长程度的临界值为  $b = 4$ 。换言之，当  $b < 4$  时，一定可以构造反馈控制使系统稳定并使性能最优；但当  $b \geq 4$  时，任何反馈控制都不能使系统稳定。2) 对一类基本的非参数不确定系统，反馈机制对付不确定性的最大能力可以用某赋范函数空间中，以  $r = \frac{3}{2} + \sqrt{2}$  为半径的球  $S(r)$  来完整刻划。换言之，当  $r < \frac{3}{2} + \sqrt{2}$  时，一定可以构造出仅依赖于观测信息的一个反馈控制规律，使在球  $S(r)$  内的所有不确定性系统都能被这个反馈规律所镇定；但当  $r \geq \frac{3}{2} + \sqrt{2}$  时，任

何反馈规律都不能镇定球  $S(r)$  内的所有系统。此外，对具有采样反馈的连续时间非参数不确定系统，和具有隐 Markov 跳变的随机时变线性系统，也发现并建立了关于反馈机制能力的“不可能性定理”。给出了反馈能力与采样频率和系统结构复杂性之间的初步关系。当然，这些定量结果只是对反馈机制最大能力的初步探索与认识，还有大量困难的问题等待解决。

最后，通过本文的认识可以看出，反馈在系统与控制领域是一个核心概念。系统与控制科学对中国的发展还具有特殊的意义。中国人口众多、幅员辽阔、但耕地面积和自然资源却相对贫乏。系统控制科学在有效利用资源，保护生态环境和保障社会、经济和人口等系统健康发展方面，有着丰富的命题。中国是发展中国家，工业基础薄弱，控制科学在改造传统工业，提高产品竞争力，增强国防实力等方面有着巨大的潜力和广阔的背景。

#### 参 考 文 献

- [1] Wiener, N., *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*, MIT Press, 1948.
- [2] Maxwell, J. C., “On Governors”, *Proc. Royal Soc. London*, Vol. 16, pp.270—283,1868.
- [3] Tsien, H. S. *Engineering Cybernetics*, New York: McGraw-Hill Book Company, Inc, 1954.
- [4] Black, H. S., “Stabilized Feedback Amplifiers”, *Bell Syst. Tech. J.*, 1934, 13:1 - 18.
- [5] Åström, K. J. and B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley, Reading, MA, 2nd ed., 1995.
- [6] Kalman, R.E., Contributions to the theory of optima control, *Bol.Soc.Mat.Mexicana*. 1960, Vol. 5, 102—119
- [7] Bellman, R., *Dynamic Programming*, New Jersey: Princeton Univ. Press, 1957.
- [8] Pontryagin, L. S., V. G. Boltyansky, R. V. Gamkrelidze, and E. F. Mishchenko, *The Mathematical Theory of Optimal Processes*, New York: Wiley, 1962.
- [9] Zames, G., Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, weighted seminorms and approximate inverses, *IEEE Trans. Auto. Contr.* 1981, 23, 301-320.
- [10] Åström, K. J. , et al.(Eds.), *Control of Complex Systems*, Springer, 2001.
- [11] Guo, L., On critical stability of discrete-time adaptive nonlinear control, *IEEE Trans. Automatic Control.*, 1997, 42(11), 1488-1499.
- [12] Xie, L. L., and L. Guo, How much uncertainty can be dealt with by feedback ?, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000 , 45(12), 2203--2217.